

Geometry sheet-3

60



Triplets ①

sin & cose rule

Interior & exterior angle bisector theorem

Area/base Ratio



1. What is the perimeter of a right angled triangle whose sides (making 90°) are $20\sqrt{3}\text{cm}$ and $15\sqrt{3}\text{cm}$?

उस समकोण त्रिभुज का परिमाप ज्ञात कीजिए जिसकी भुजाएँ (90° का कोण बनाने वाली) $20\sqrt{3}\text{cm}$ और $15\sqrt{3}\text{cm}$ हैं?

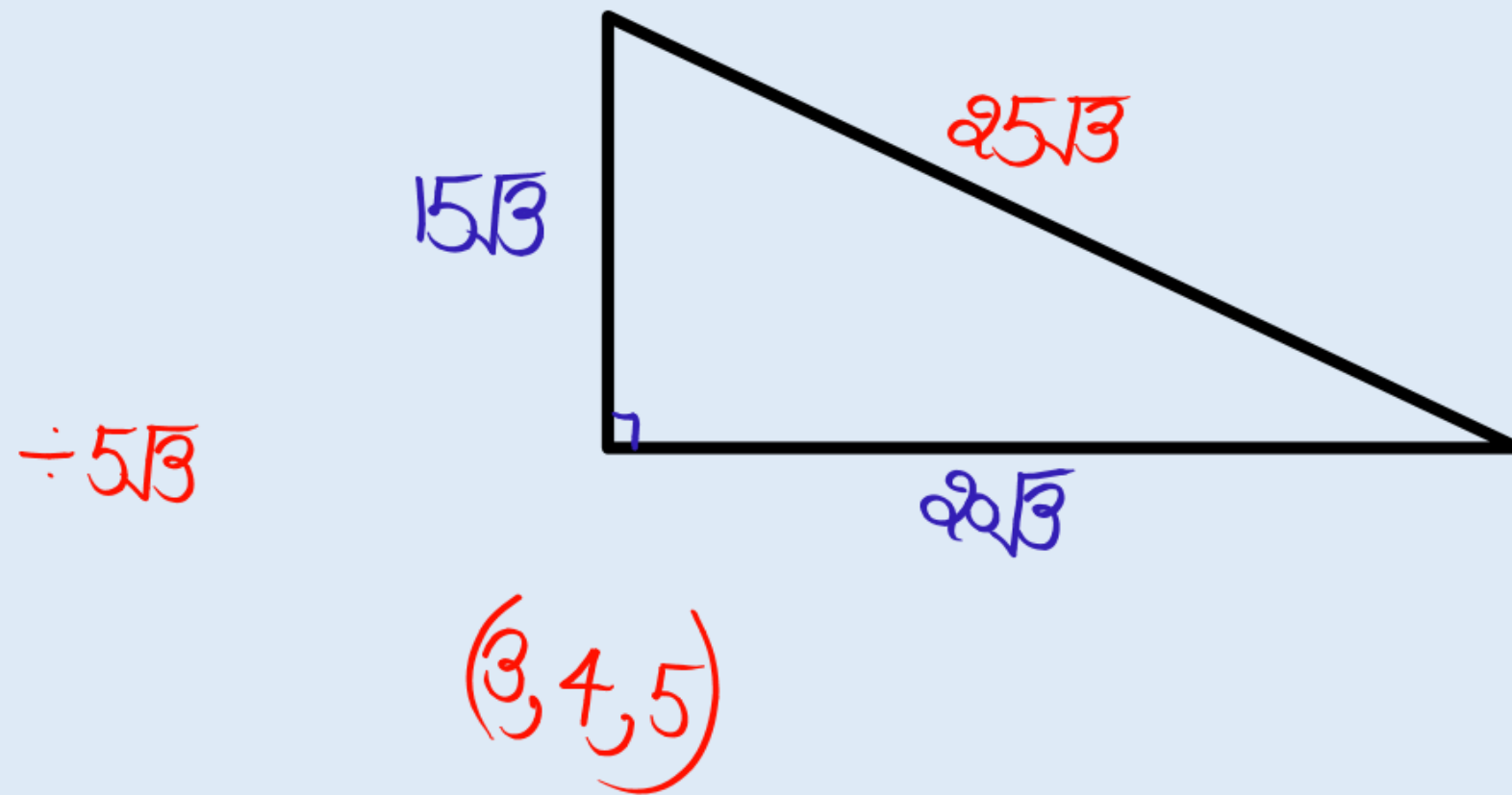
(SSC CGL PRE 2022)

[A] $60\sqrt{3}\text{ cm}$

[B] $55\sqrt{3}\text{ cm}$

[C] $65\sqrt{3}\text{ cm}$

[D] $50\sqrt{3}\text{ cm}$



2. Triangle ABC is right-angled at B, and point D lies on BC such that $BD = 5$ cm, $AD = 13$ cm, and $AC = 37$ cm. Find the length of DC (in cm).

त्रिभुज ABC, B पर समकोण है और BC पर बिन्दु D इस प्रकार स्थित है कि $BD = 5$ cm, $AD = 13$ cm और $AC = 37$ cm है। DC की लंबाई (सेमी. में) ज्ञात करें।

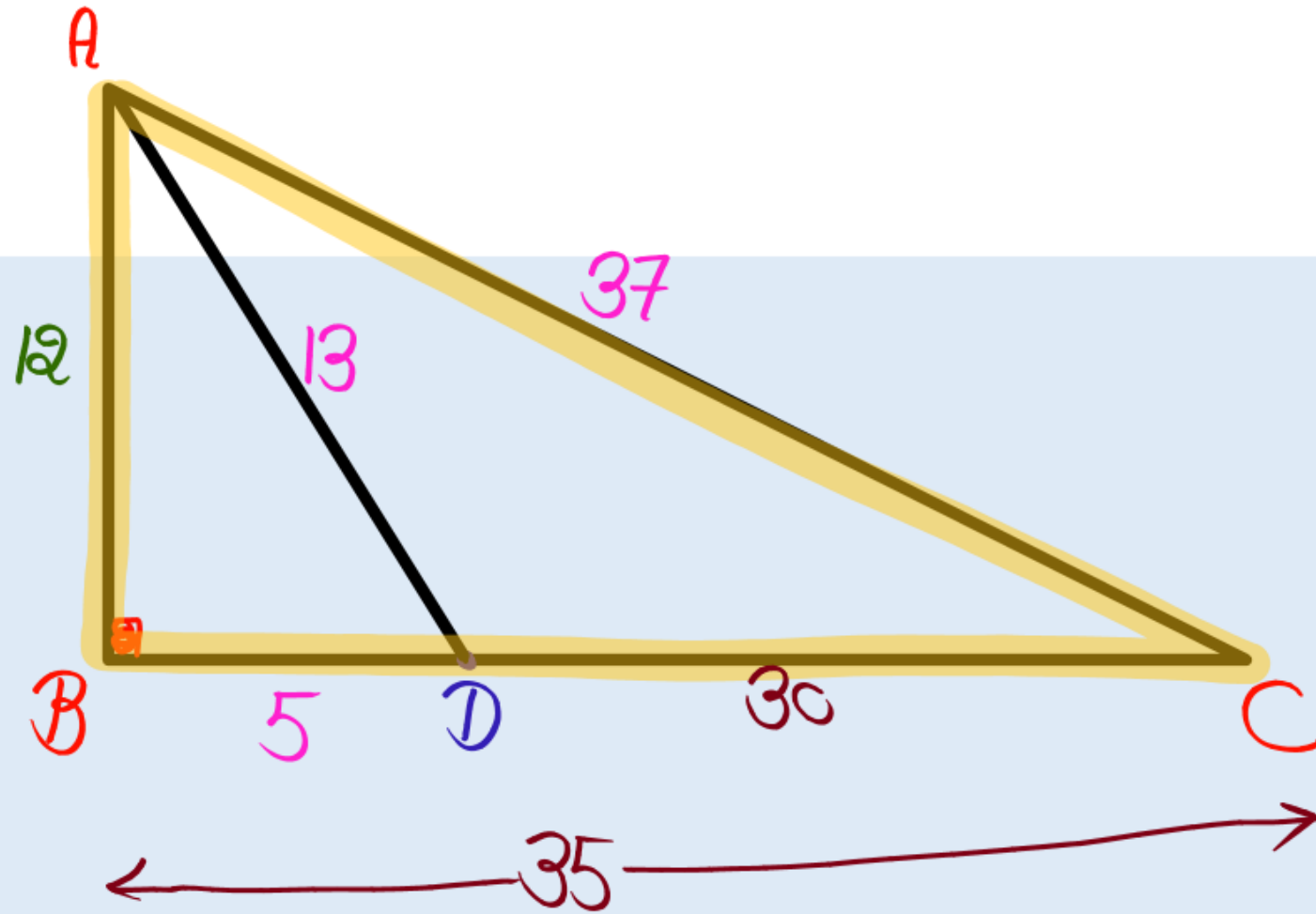
(SSC CGL PRE 2023)

[A] 25

[C] 5

[B] 35

[D] 30



3. Calculate the area of a triangle whose side lengths are $\sqrt{2}$, $3\sqrt{2}$ and $2\sqrt{5}$.

एक त्रिभुज के क्षेत्रफल की गणना करें जिसकी भुजाओं की लंबाई $\sqrt{2}$, $3\sqrt{2}$ और $2\sqrt{5}$ हैं?

(SSC CGL PRE 2024)

[A] $\sqrt{6}$

[C] $\sqrt{10}$

☒ [B] 3

[D] $\frac{\sqrt{15}}{2}$

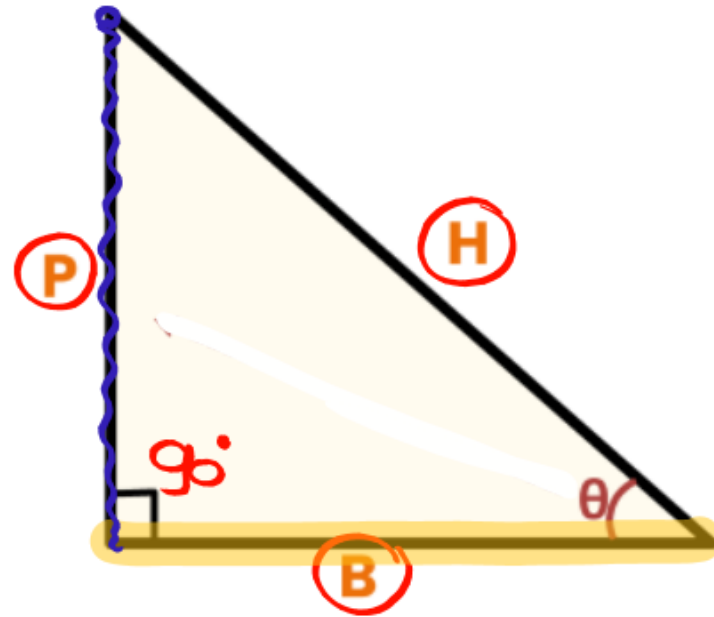
$$(\sqrt{2})^2 + (3\sqrt{2})^2 = (2\sqrt{5})^2$$

$$2 + 18 = 20$$

$$= \frac{1}{2} \times \cancel{\sqrt{2}} \times \cancel{3\sqrt{2}}$$

$$= 3$$

CONCEPT



Area of Right angle triangle = $\frac{1}{2} \times \text{Perpendicular} \times \text{Base}$
 समकोण त्रिभुज का क्षेत्रफल = $\frac{1}{2} \times \text{लंब} \times \text{आधार}$

$$= \frac{1}{2} \times P \times B$$

4. In a triangle ABC, $AB+BC=7.1$ cm, $BC+CA=12.1$ cm and $CA+AB=7.2$ cm. what is the area of the triangle?

त्रिभुज ABC में, $AB+BC=7.1$ सेमी, $BC+CA=12.1$ सेमी और $CA+AB=7.2$ सेमी है। त्रिभुज का क्षेत्रफल क्या है?

(UPSC CDS-1 2025)

[A] 3 sq cm

[B] 32 sq cm

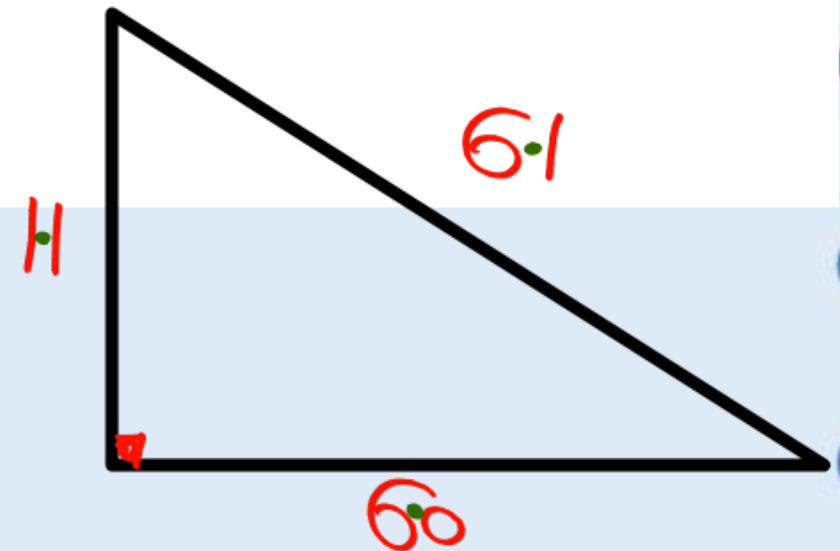
[C] 33 sq cm

[D] 3.3 sq cm

add

$$(AB+BC+CA) = 13.2$$

1.1 6 6.1



$$\text{Area} = \frac{1}{2} \times 6 \times 1.1$$

5. In an acute angled triangle ABC , AD is a perpendicular drawn from 'A' on the side BC . If $AB = 16$ cm, $BD = 4$ cm and $CD = 8$ cm, then find the length of side AC .

एक न्यून कोण त्रिभुज ABC में, AD , 'A' से भुजा BC पर खींचा गया लंब है। अगर $AB = 16$ सेमी, $BD = 4$ सेमी और $CD = 8$ सेमी है, तो भुजा AC की लंबाई ज्ञात कीजिए।

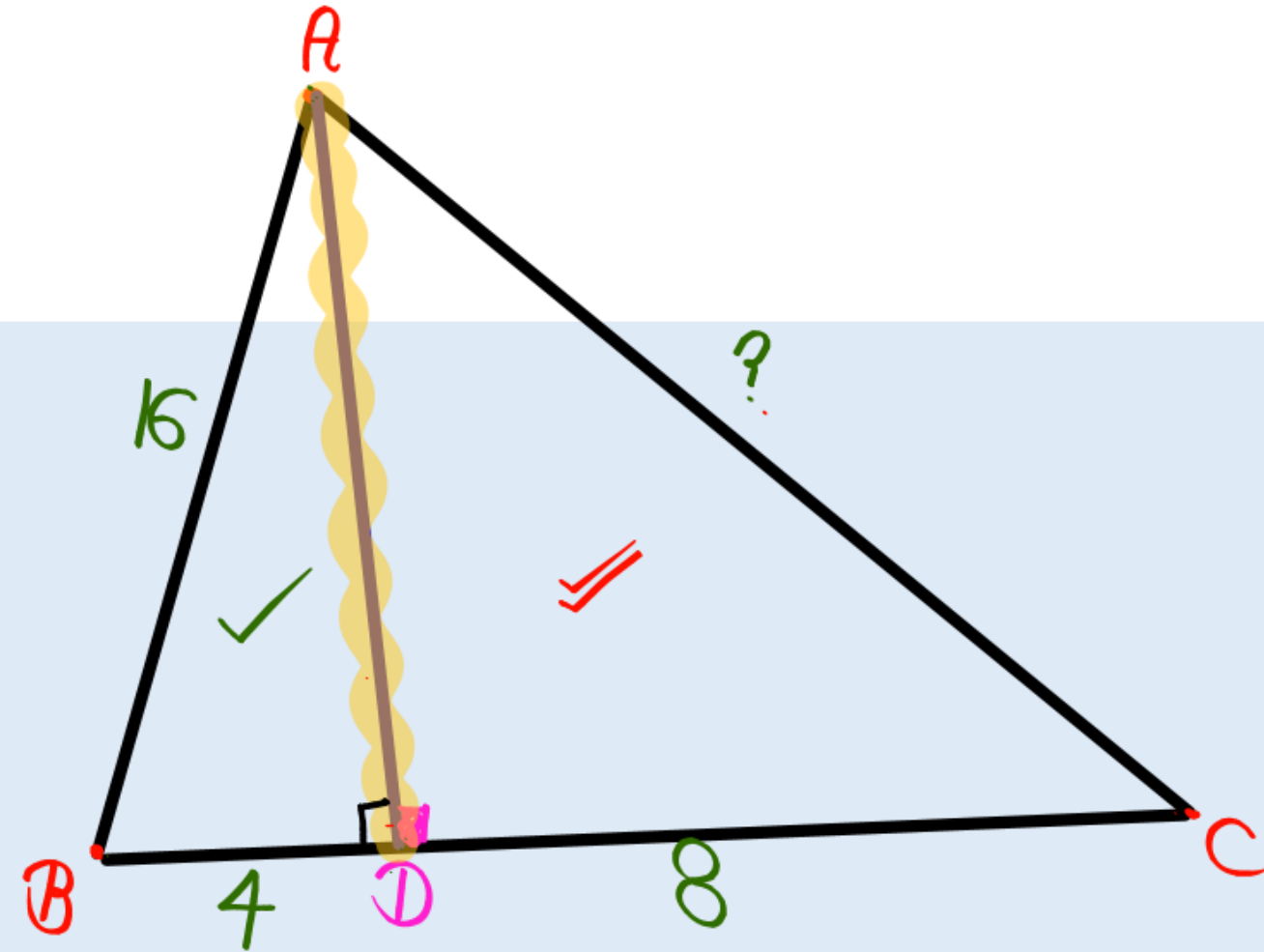
(DELHI POLICE HEAD CONSTABLE 2025)

[A] $4\sqrt{19}$ cm

[B] $2\sqrt{19}$ cm

[C] $6\sqrt{19}$ cm

[D] $8\sqrt{19}$ cm



$$AD^2 \Rightarrow 16^2 - 4^2 = AC^2 - 8^2$$

$$240 + 64 = AC^2$$

$$16 \times 19 = AC^2$$

$$4\sqrt{19} = AC$$

(15+4)

Theorem

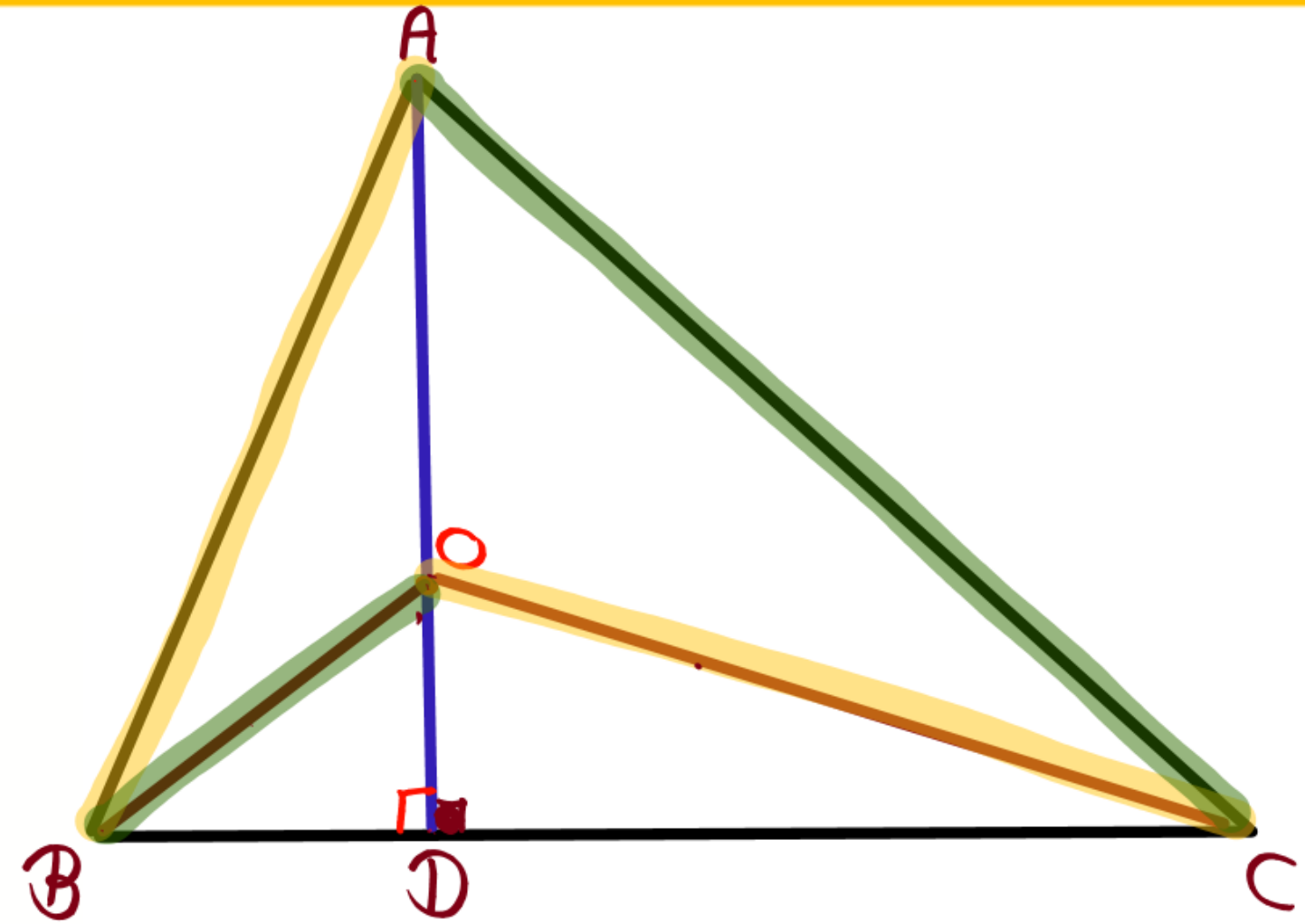
In any $\triangle ABC$, $AD \perp BC$.

- ❖ O is any point on altitude AD.
○ शीर्षलम्ब पर कोई बिंदु है

$$AB^2 + OC^2 = AC^2 + OB^2$$

↓ ↓

$$AD^2 + BD^2 + OD^2 + DC^2 = AD^2 + DC^2 + OD^2 + BD^2$$



6. In an acute angled triangle XYZ, XP is an altitude drawn on side YZ. O is a point on XP such that XY = 12 cm, OY = 5 cm, and OZ = 9 cm, then find the length of XZ.

एक न्यून कोण त्रिभुज XYZ में, XP, भुजा YZ पर खींचा गया शीर्षलम्ब है। O, XP पर एक बिंदु है जिससे XY = 12 सेमी, OY = 5 सेमी, तथा OZ = 9 सेमी है, तो XZ की लंबाई ज्ञात कीजिए।

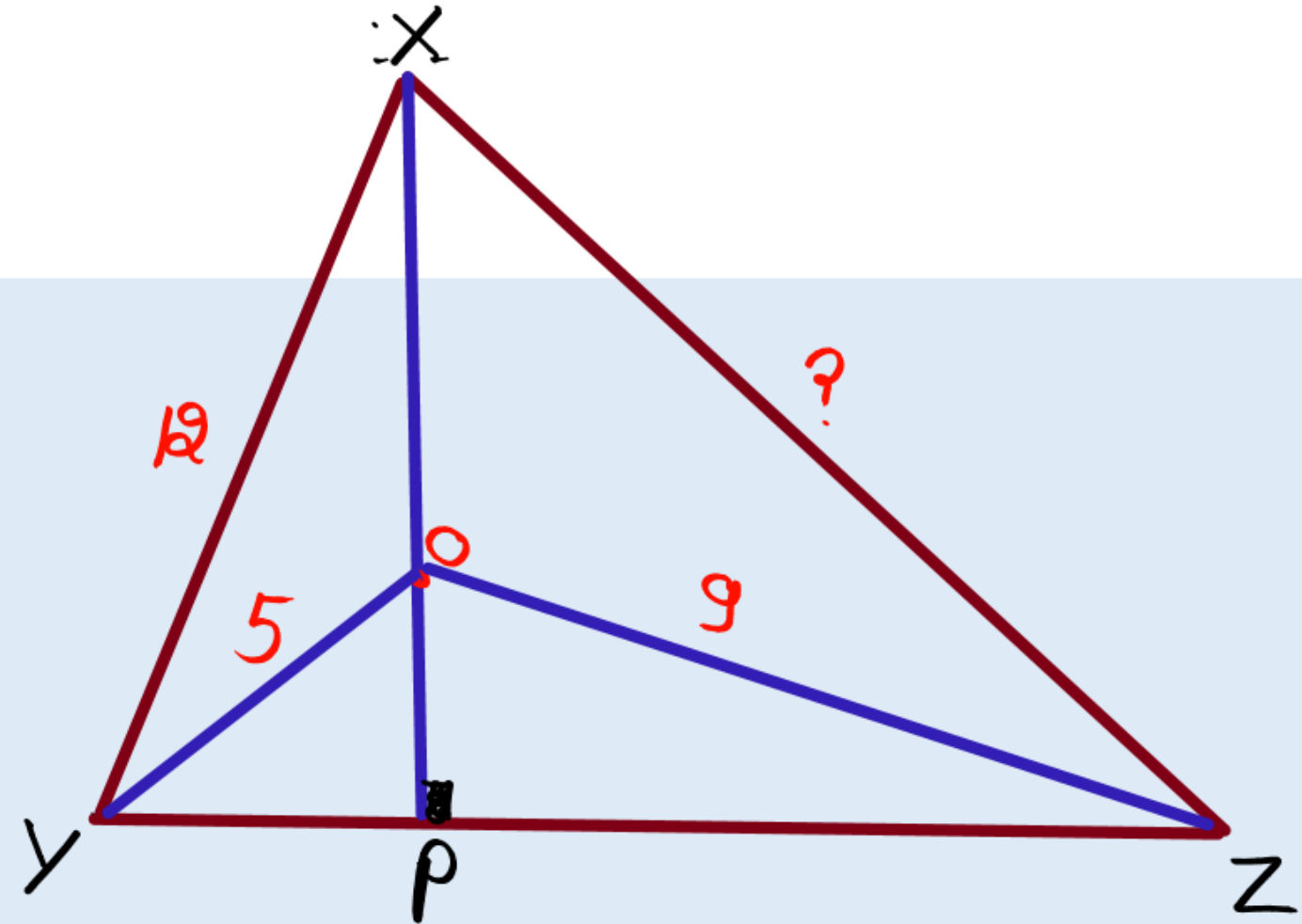
(SSC SELECTION PHASE - 2025)

[A] $12\sqrt{5}$ cm

[B] 20 cm

[C] $10\sqrt{2}$ cm

[D] 15 cm



$$12^2 + 9^2 = XZ^2 + 5^2$$

$$169 = XZ^2$$

$$13 = XZ$$

7. The diagonals of a quadrilateral ABCD intersect each other at 90° , then find $\frac{AB^2 + CD^2}{BC^2 + AD^2} = ?$

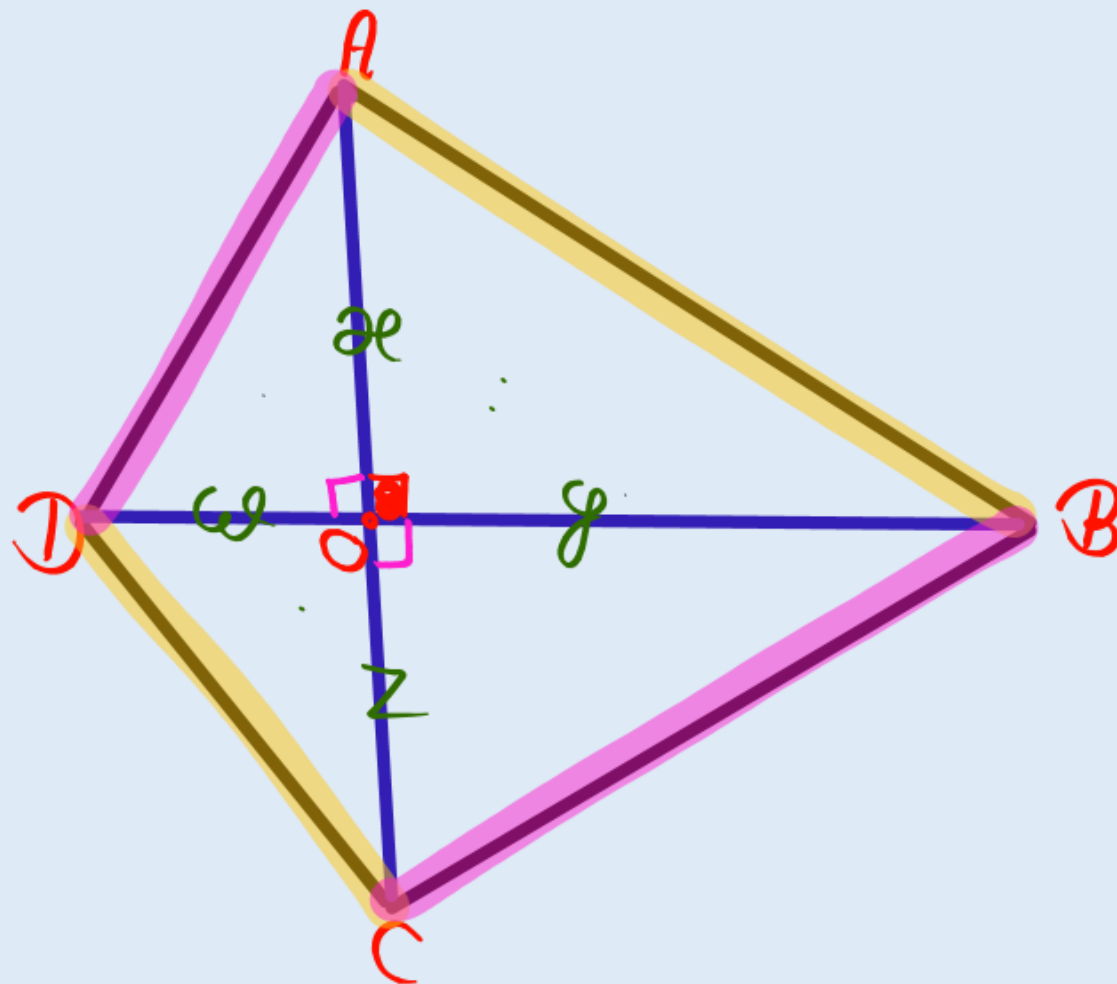
एक चतुर्भुज ABCD के विकर्ण 90° पर एक दूसरे को काटते हैं, फिर $\frac{AB^2 + CD^2}{BC^2 + AD^2} = ?$

[A] $\frac{5}{4}$

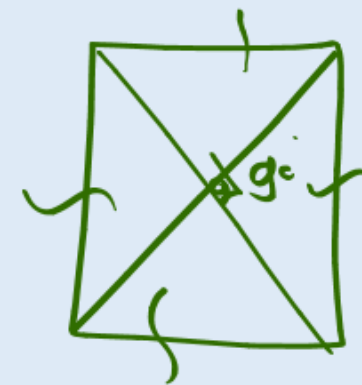
[B] $\frac{4}{3}$

[C] 1

[D] Depend upon sides



$$AB^2 + CD^2 = BC^2 + AD^2$$



8. A pole 23 m long reaches a window which is $3\sqrt{5}$ m above the ground on one side of a street. Keeping its foot at the same point, the pole is turned to the other side of the street to reach a window $4\sqrt{15}$ m high. What is the width (in m) of the street?

23 m लंबा खम्भा, एक खिड़की, जो गली के एक तरफ भू-तल से $3\sqrt{5}$ m ऊपर स्थित है तक पहुँचता है। खम्भे के पाद को समान बिन्दु पर रखते हुए, गली के दूसरी ओर $4\sqrt{15}$ m ऊपर स्थित खिड़की तक पहुँचाने के लिए घुमाया जाता है। सड़क की चौड़ाई (मीटर में) कितनी है?

(SSC CGL PRE 2023)

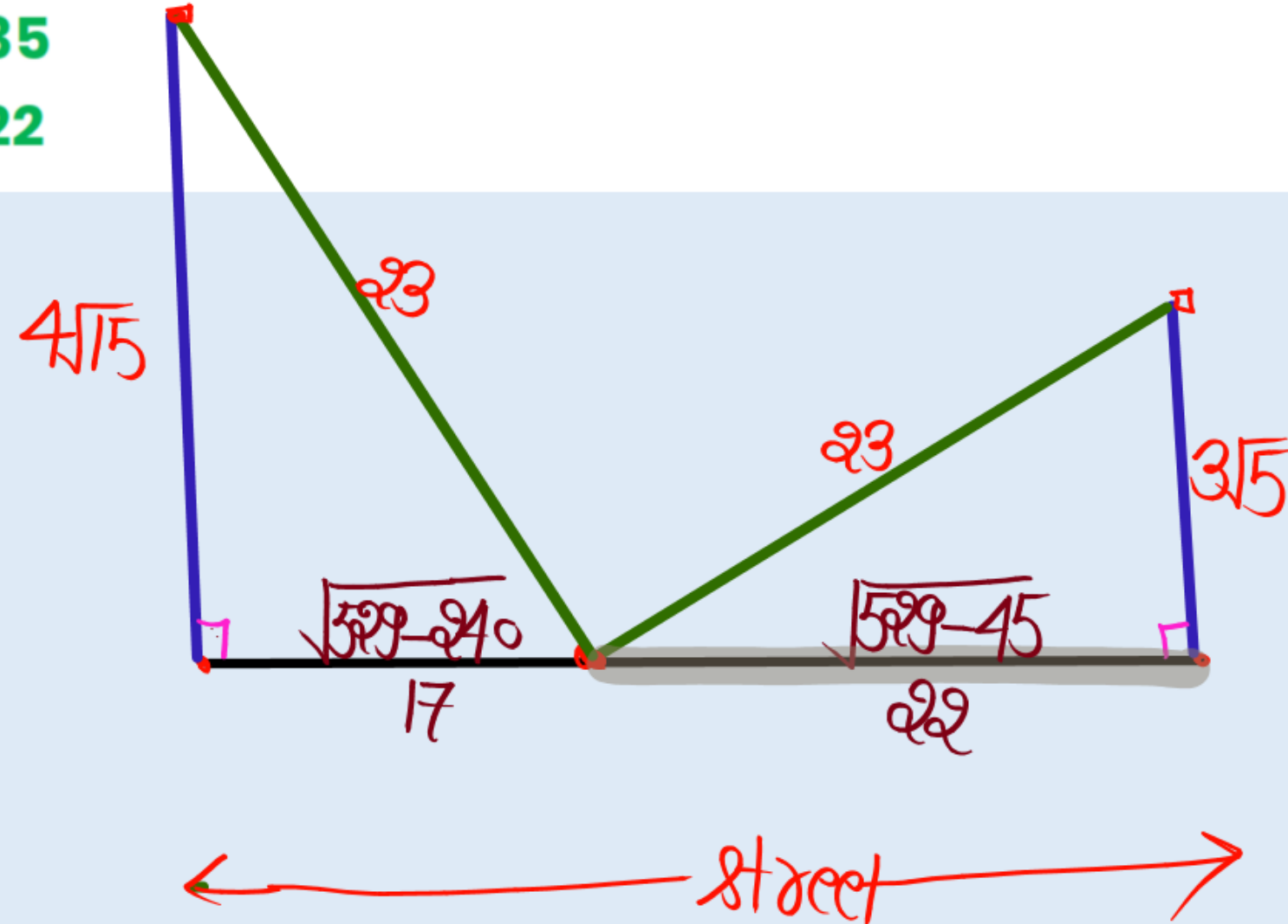
[A] 17

[C] 39

[B] 35

[D] 22

$$\sqrt{289}$$
$$\sqrt{169}$$



9. 5 m long ladder is leaning against a wall and it reaches the wall at a point 3 m high. By how much distance the ladder should be moved towards the wall so that its top reaches a point 4.8 m high.

5 m लंबी सीढ़ी एक दीवार के साथ झुकी हुई है और यह दीवार पर 3 मीटर ऊंचे बिंदु तक जाती है। सीढ़ी को दीवार की ओर कितनी दूरी तक ले जाना चाहिए ताकि उसका शीर्ष 4.8 मीटर ऊंचे बिंदु पर पहुंच जाए।

RRB NTPC 10/01/2021 (Morning)

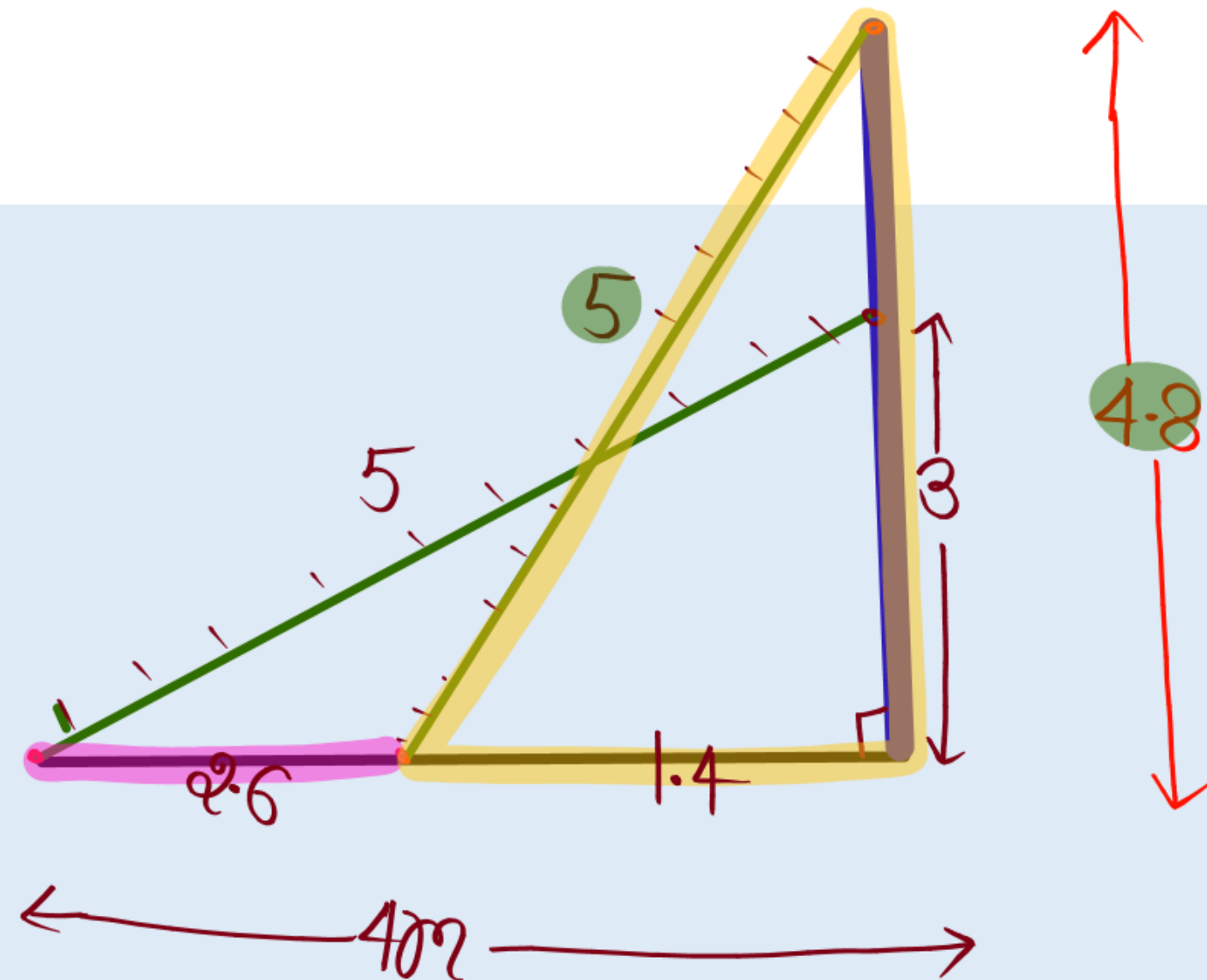
[A] 1.4 m

[B] 2.6 m

[C] 2.96 m

[D] 2.2 m

~~5, 4.8~~
(25, 24, 7) $\times 0.9$



10. A ladder of length 65m is resting against a wall. If it slips 8m down the wall, then its bottom will move away from the wall by x m. If it was initially 25m away from it, what is the value of x ?

65 मीटर लम्बी एक सीढ़ी दीवार के सहारे रखी है। यदि यह दीवार के सहारे 8 मीटर नीचे फिसलती है तब इसका पाद दीवार से x मीटर दूर खिसक जाता है, यदि प्रारंभ में इसका पाद दीवार से 25 मीटर की दूरी पर था तो x का मान क्या होगा?

[A] 13m

[B] 39m

[C] 14m

[D] 16m

11. In a triangle PQR, S is a point on the side QR such that $PS \perp QR$, then which of the following options is true?

त्रिभुज PQR में, S भुजा QR पर एक बिंदु इस प्रकार है कि $PS \perp QR$, तो निम्नलिखित में से कौन सा विकल्प सत्य है?

(SSC CGL PRE 2024)

[A] $PS^2 + PR^2 = PQ^2 + QR^2$

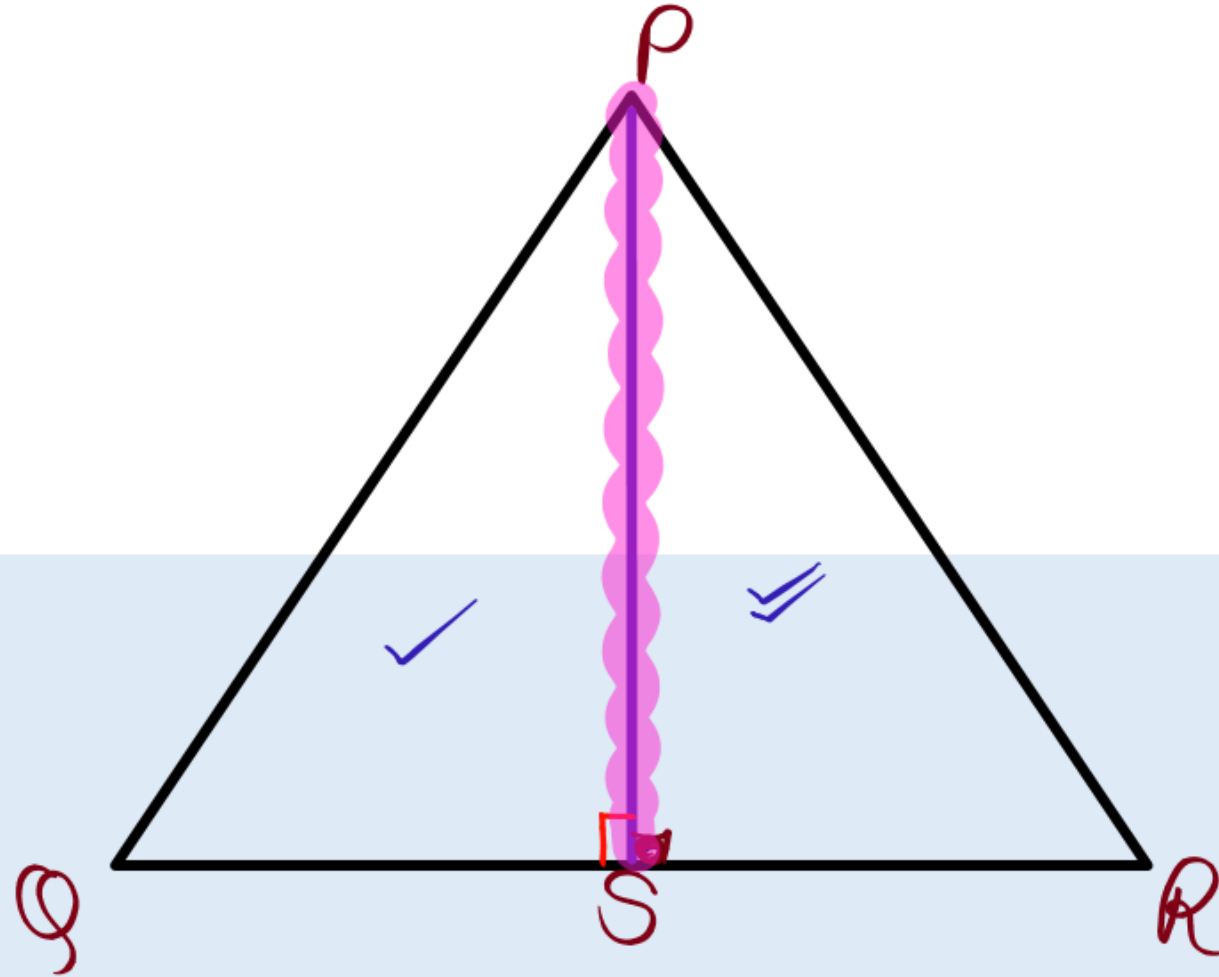
[B] $PR^2 + QS^2 = PQ^2 + SR^2$

[C] $PQ^2 + PR^2 = QS^2 + SR^2$

[D] $PS^2 + QS^2 = PQ^2 + PR^2$

$$PQ^2 - QS^2 = PR^2 - SR^2$$

$$PQ^2 + SR^2 = PR^2 + QS^2$$



12. In a triangle ABC, $\angle B = 90^\circ$, if points D and E are on side BC such that $BD = DE = EC$, then which of the following is true?

त्रिभुज ABC में, $\angle B = 90^\circ$ यदि बिंदु D और E, BC पर इस प्रकार हैं जैसे $BD = DE = EC$, तो निम्नलिखित में से कौन सा सत्य है?

(SSC CGL PRE 2021)

(SSC CGL PRE 2021)

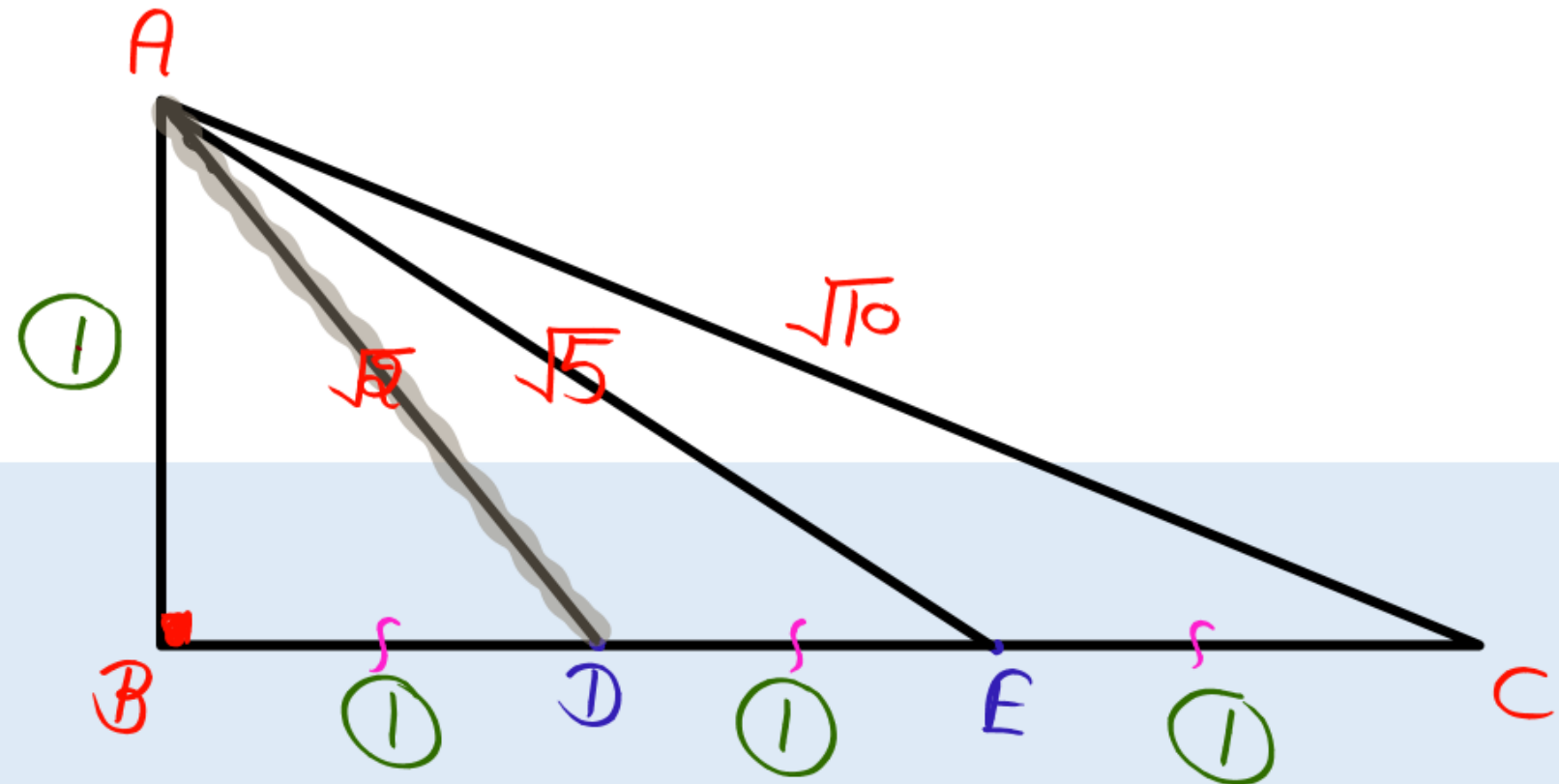
~~[A] $5AE^2 = 2AC^2 + 3AD^2$~~

~~[B] $8AE^2 = 5AC^2 + 3AD^2$~~

~~[C] $8AE^2 = 3AC^2 + 5AD^2$~~

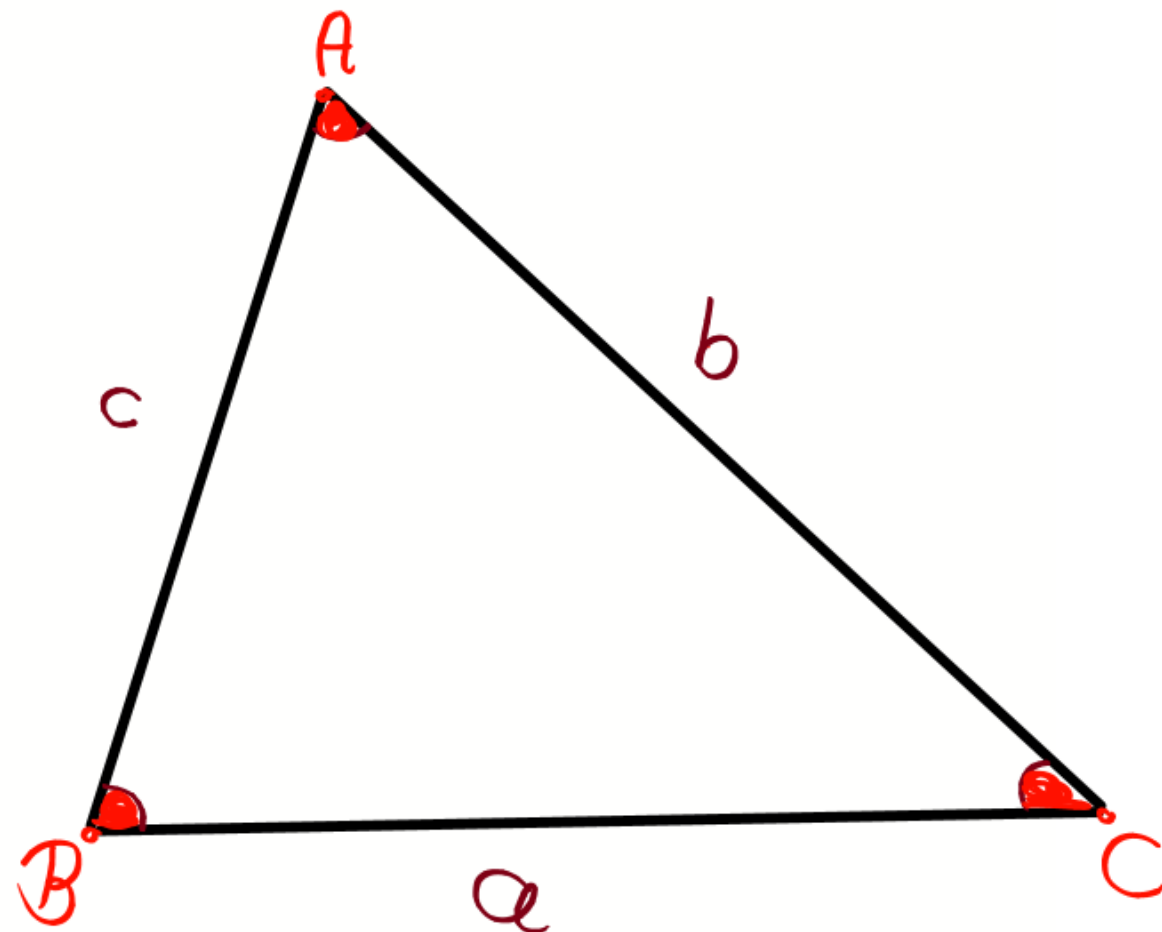
~~[D] $5AE^2 = 2AC^2 + 2AD^2$~~

25 = 2X



Sine Rule

In any $\triangle$



$$\diamond \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = \textcircled{k} \text{ (constant)}$$

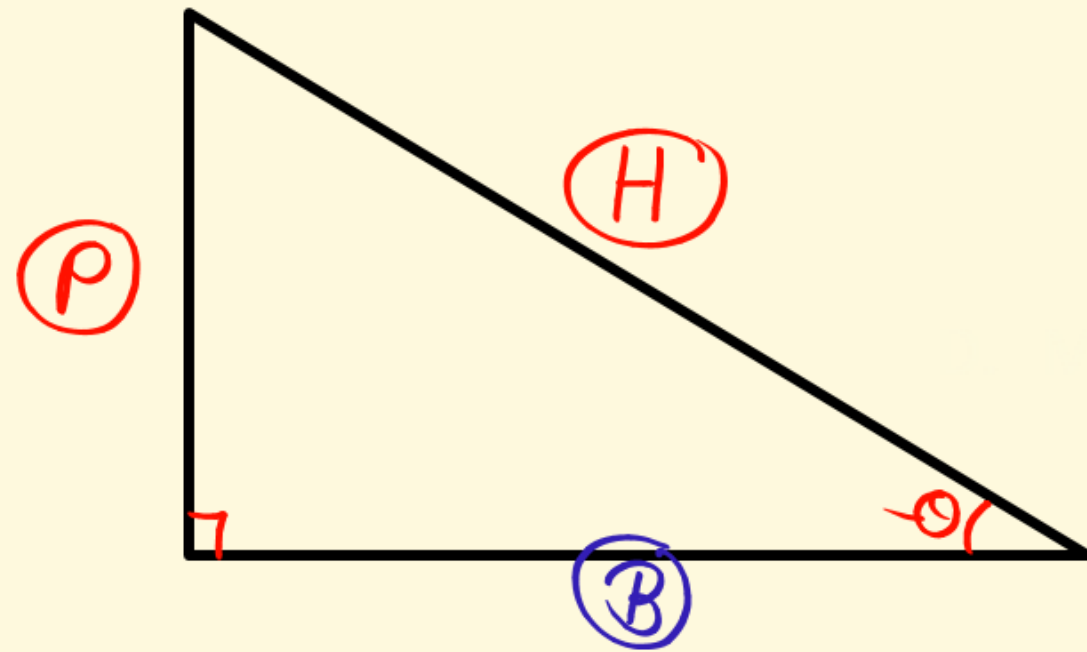
$$\cancel{a = k \sin A},$$

$$\cancel{b = k \sin B},$$

$$\cancel{c = k \sin C},$$

$$a : b : c = \sin A : \sin B : \sin C$$

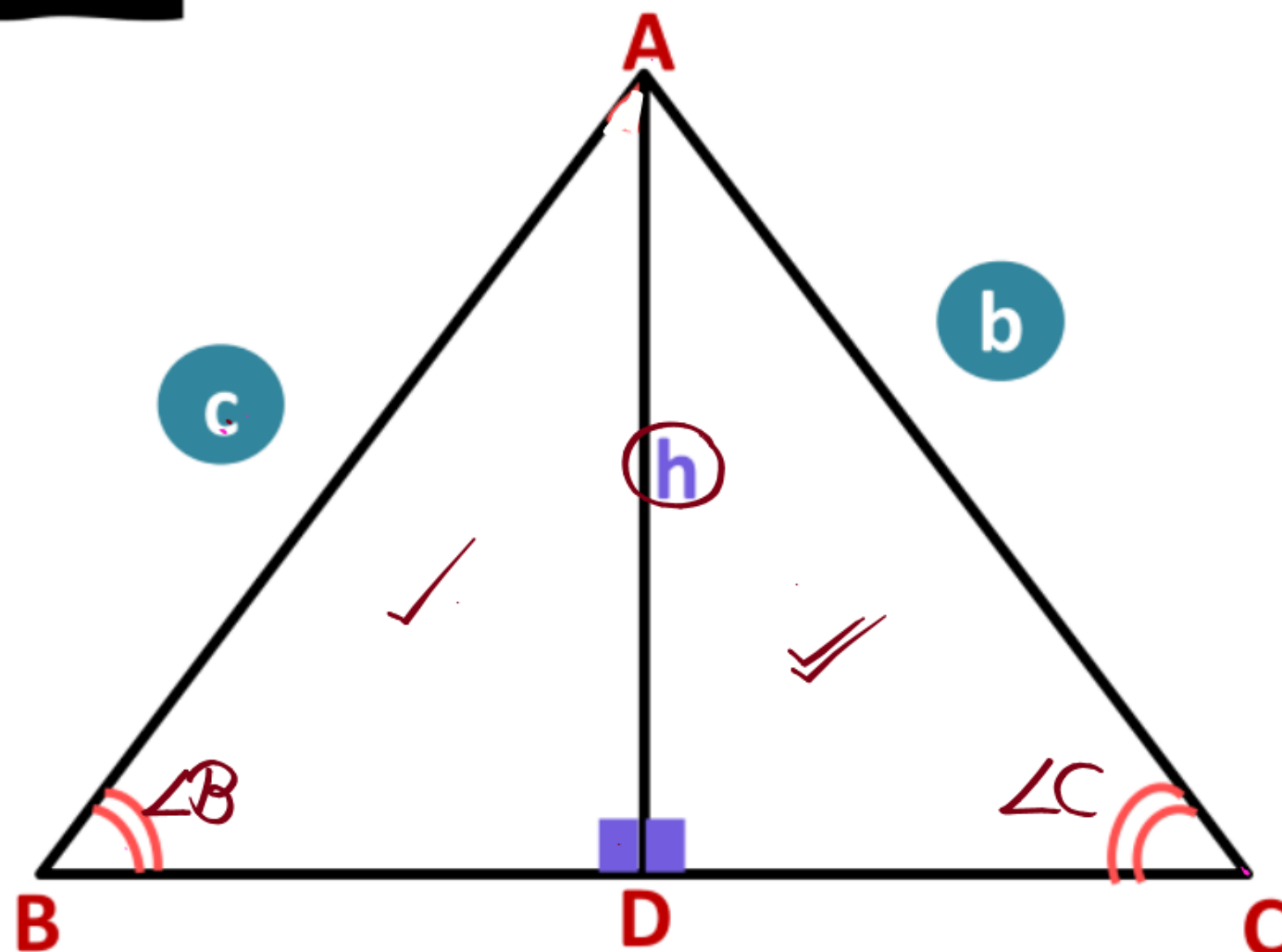




$$\frac{P}{H} = \sin \theta$$

$$\frac{B}{H} = \cos \theta$$

Proof



AD = h (माना)

AD ⊥ BC

$$\sin B = \frac{h}{c} \rightarrow h = c \sin B$$

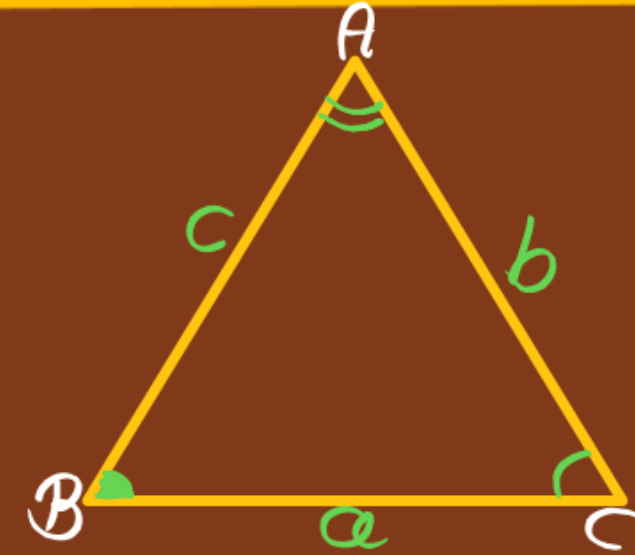
$$\sin C = \frac{h}{b} \rightarrow h = b \sin C$$

$$h = c \sin B = b \sin C$$

$$\frac{c}{\sin C} = \frac{b}{\sin B}$$

$$\begin{aligned} \Delta ABC \text{ का area} &= \frac{1}{2} a \times h \\ &= \frac{1}{2} a c \sin B \\ &= \frac{1}{2} a b \sin C \end{aligned}$$

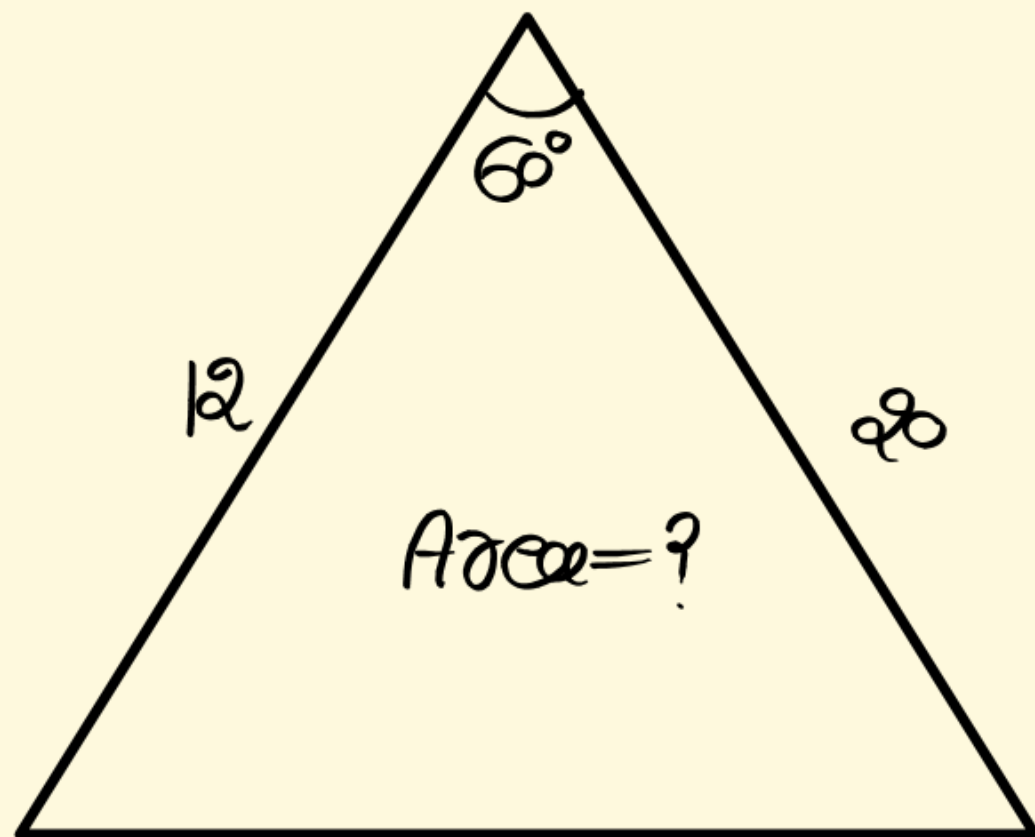
$$\begin{aligned}\Delta ABC \text{ का area} &= \frac{1}{2} \times a \times h \\ &= \frac{1}{2} \times a \times c \sin B \\ &= \frac{1}{2} ac \sin B\end{aligned}$$



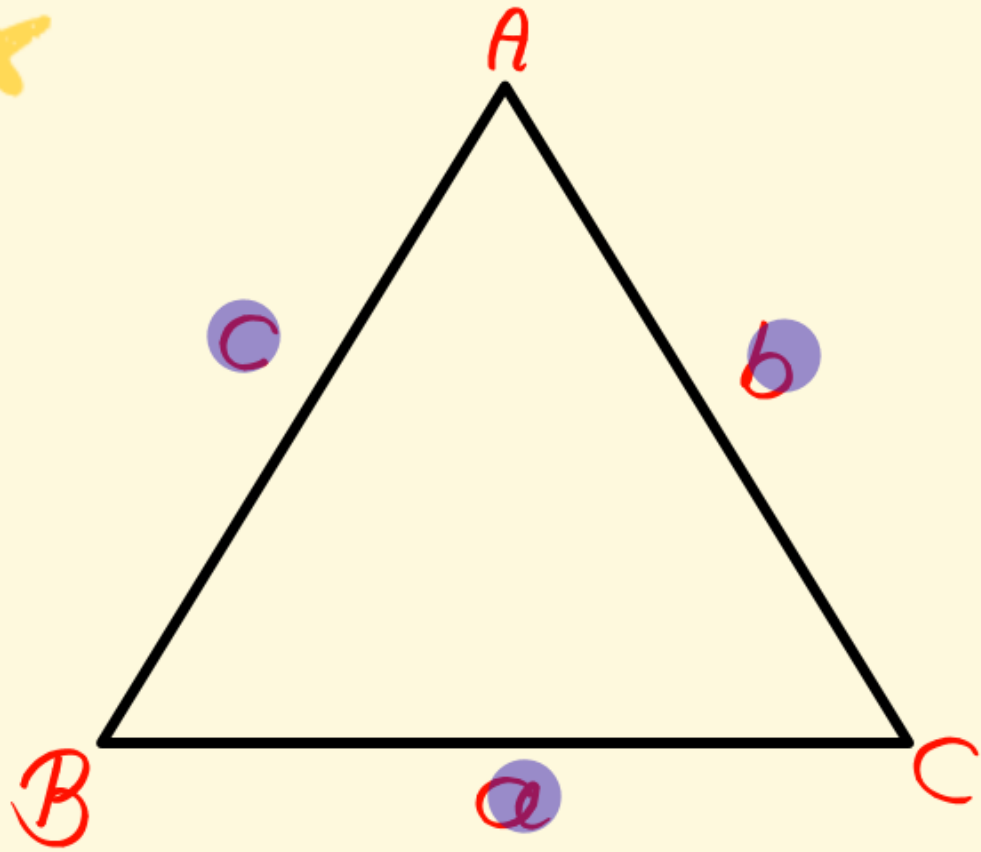
$$\Delta ABC \text{ का area} = \frac{1}{2} ac \sin B = \frac{1}{2} ab \sin C = \frac{1}{2} bc \sin A$$



$$\text{area} = \frac{1}{2} ab \sin C$$



$$\frac{1}{2} \times 12 \times 20 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$$
$$= 60\sqrt{3}$$



Heron's formula

$$\text{Area} = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

$$\text{Perimeter} = a + b + c$$

$$\text{Semi-Perimeter } 's' = \frac{a+b+c}{2}$$